



UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA
FACULDADE DE MATEMÁTICA
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA

FICHA DE COMPONENTE CURRICULAR

CÓDIGO: PMA012	COMPONENTE CURRICULAR: Medida e integração	
UNIDADE ACADÊMICA OFERTANTE: Faculdade de Matemática		SIGLA: FAMAT
CH TOTAL TEÓRICA: 60	CH TOTAL PRÁTICA: 00	CH TOTAL: 60

OBJETIVOS

Introduzir e desenvolver a teoria de integração de Lebesgue em espaços de medida, como extensão natural da integral de Riemann em \mathbf{R}^n . Comparar a integral de Riemann com a integral de Lebesgue, estudar os espaços L_p , provar os teoremas clássicos de convergência, decomposição, representação e de integrais iteradas. Comparar os diversos tipos de convergência e estudar a medida de Lebesgue em \mathbf{R}^n em detalhes.

EMENTA

Funções Mensuráveis; Medidas; A Integral de Lebesgue; Espaços L_p ; Modos de Convergência; Teoremas de Decomposição e de Representação; Medida Produto; A Medida de Lebesgue em \mathbf{R}^n

PROGRAMA

1. FUNÇÕES MENSURÁVEIS

Álgebras e sigma-álgebras; Funções mensuráveis; Propriedades das funções mensuráveis; Funções Borel-mensuráveis

2. MEDIDAS

Medidas sigma-aditivas, medidas finitas, espaços de medida; Propriedades; Medidas com sinal

3. A INTEGRAL DE LEBESGUE

Integração de funções simples; Integração de funções não-negativas, propriedades; Teorema da Convergência Monótona, Lema de Fatou e conseqüências; Funções integráveis, propriedades; Teorema da Convergência Dominada de Lebesgue; Comparação entre as integrais de Riemann e de Lebesgue

4. ESPAÇOS L_p

Espaços normados, espaços L_p ; Desigualdades de Hölder e de Minkowski; Os espaços L_p são completos; O espaço L_{infinito}

5. MODOS DE CONVERGÊNCIA

Convergência pontual, convergência uniforme e convergência quase-sempre; Convergência em L_p ; Convergência em medida; Convergência quase-uniforme e o Teorema de Egoroff

6. TEOREMAS DE DECOMPOSIÇÃO E DE REPRESENTAÇÃO

Teorema da decomposição de Hahn; Teorema da decomposição de Jordan; Teorema de Radon-Nikodym; Teorema da decomposição de Lebesgue

7. MEDIDA PRODUTO

Existência da sigma-álgebra produto; Mensurabilidade das seções de funções mensuráveis; Os teoremas de Tonelli e de Fubini

8. A MEDIDA DE LEBESGUE EM \mathbb{R}^n

Celas e volume de celas, a medida exterior em \mathbb{R}^n ; Teorema de Carathéodory: existência de sigma-álgebra de Lebesgue e da medida de Lebesgue; Propriedades dos conjuntos mensuráveis e da medida de Lebesgue; Conjuntos Borel-mensuráveis e conjuntos Lebesgue-mensuráveis, existência de conjuntos não Lebesgue-mensuráveis; Aproximações de conjuntos Lebesgue-mensuráveis por abertos, fechados e compactos

BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- [1] BARTLE, R. G. **The Elements of Integration and Lebesgue Measure**. John Wiley & Sons. 1995.
- [2] RUDIN, W. **Real and Complex Analysis**. 3ª ed. McGraw-Hill Book Company. 1986.
- [3] FOLLAND, G. B. **Real Analysis: modern techniques and their applications**. John Wiley & Sons. 1984.

BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- [1] ROYDEN, H. L. **Real Analysis**. 3ª ed. MacMillan Publ. Comp. 1989.
- [2] HÖNIG, C. S. **A Integral de Lebesgue e suas Aplicações**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. 1977.

APROVAÇÃO

____/____/____

Carimbo e assinatura do Coordenador do Curso

____/____/____

Carimbo e assinatura do Diretor da Unidade Acadêmica
(que oferece o componente curricular)