



**UNIVERSIDADE FEDERAL DE UBERLÂNDIA**  
**FACULDADE DE MATEMÁTICA**  
**PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM MATEMÁTICA**

**FICHA DE COMPONENTE CURRICULAR**

<b>CÓDIGO:</b> PMA022	<b>COMPONENTE CURRICULAR:</b> Análise funcional	
<b>UNIDADE ACADÊMICA OFERTANTE:</b> Faculdade de Matemática		<b>SIGLA:</b> FAMAT
<b>CH TOTAL TEÓRICA:</b> 60	<b>CH TOTAL PRÁTICA:</b> 0	<b>CH TOTAL:</b> 60

**OBJETIVOS**

Desenvolver a teoria básica dos operadores lineares contínuos em espaços de Banach e as topologias fraca e fraca\*.

**EMENTA**

Espaços normados; Operadores lineares contínuos; Dualidade e espaços reflexivos; Espaços com produto interno; Topologias fracas;

**PROGRAMA**

**1. ESPAÇOS NORMADOS**

Normas, subespaços fechados, espaços de Banach; Espaços de dimensão finita, espaços  $l_p$ ,  $1 \leq p \leq \infty$ ,  $c_0$  e  $C[a,b]$ ; A incompletude de  $C[a,b]$  na norma  $p$  e os espaços  $L_p[a,b]$ ; O Lema de Riesz e a não compacidade da bola unitária em dimensão infinita; Espaços separáveis. O teorema da aproximação de Weierstrass e a separabilidade de  $C[a,b]$ .

**2. OPERADORES LINEARES CONTÍNUOS**

Caracterizações de um operador linear contínuo e exemplos; O espaço dos operadores lineares contínuos; O Teorema de Baire e o Teorema de Banach-Steinhaus. Aplicações; O Teorema da Aplicação Aberta e o Teorema do Gráfico Fechado. Aplicações; Os Teorema de Hahn-Banach: o teorema da extensão e forma geométrica. Aplicações.

**3. DUALIDADE E ESPAÇOS REFLEXIVOS**

Os duais dos espaços  $l_p$  e  $c_0$ ; O adjunto de um operador linear contínuo; O bidual e o mergulho

canônico. O teorema do completamento; Espaços reflexivos, reflexividade de  $l_p$ ,  $1 < p < \infty$ .

#### 4. ESPAÇOS COM PRODUTO INTERNO

Produtos internos e ortogonalidade: a projeção ortogonal; Espaços de Hilbert: conjuntos ortonormais, desigualdade de Bessel, sistemas ortonormais completos, identidade de Parseval; Representação de funcionais lineares: o Teorema de Riesz-Fréchet.

#### 5. TOPOLOGIAS FRACAS

Pré-requisitos topológicos: a topologia gerada por uma família de funções, convergência de redes, o Teorema de Tychonoff; A topologia fraca em um espaço normado; A topologia fraca-estrela em um espaço dual; A compacidade fraca-estrela bola unitária em um espaço dual, o Teorema de Goldstine e a compacidade fraca da bola unitária de um espaço reflexivo.

### BIBLIOGRAFIA BÁSICA

- [1] BOTELHO, G., PELLEGRINO, D., TEIXEIRA, E., **Fundamentos de Análise Funcional**. Sociedade Brasileira de Matemática, 2ª. Edição, 2015.
- [2] JAMESON, G.J.O., **Topology and Normed Spaces**. John Wiley & Sons. 1974.
- [3] KREISZIG, E., **Introductory Functional Analysis with Applications**. John Wiley & Sons. 1978.

### BIBLIOGRAFIA COMPLEMENTAR

- [1] HÖNIG, C.S., **Aplicações da Topologia à Análise**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. 1976.
- [2] SAXE, K. **Beginning Functional Analysis**. New York: Springer-Verlag. 2002.
- [3] MORRISON, T., **Functional Analysis**. John Wiley & Sons, 2001.
- [4] MEGGINSON, R.E., **An Introduction to Banach Space Theory**, Springer, 1998.
- [5] CONWAY, J.B., **A Course in Functional Analysis**, Springer, 1990.

### APROVAÇÃO

\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Carimbo e assinatura do Coordenador do Curso

\_\_\_\_/\_\_\_\_/\_\_\_\_

Carimbo e assinatura do Diretor da

de Av